27.12.23 математика 12эл

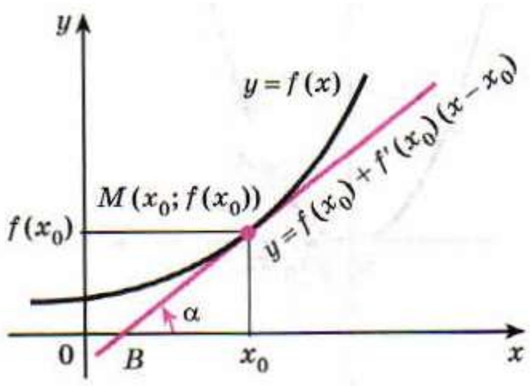
Тема: «Уравнение касательной.»

геометрический смысл производной: если к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 проведена касательная, то коэффициент наклона касательной (равный тангенсу угла между касательной и положительным направлением оси OX) равен производной функции в точке x_0.

k= tga = f/ (x).

Уравнение касательной к графику функции y = f(x)

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$



Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^3-2x^2+3$ **в точке** $x_0=1$.

а) Найдем значение функции в точке $x_0=1$.

$f(1)=1^3-2\times1^2+3=2$.

б) Найдем значение производной в точке $x_0=1$. Сначала найдем производную функции $y=f(x)$

$f'(x)=3x^2-4x$

$f'(1)=3\times1^2-4\times1=-1$

Подставим найденные значения в уравнение касательной:

$y=2+(-1)(x-1)$

Раскроем скобки в правой части уравнения. Получим: $y = -x + 3$

Ответ: $y = -x + 3$.

Задания:

Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0:

1) $y = x^2 - 2x, \quad x_0 = 3;$ 2) $y = x^3 + 3x, \quad x_0 = 3;$

3) $y = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6};$ 4) $y = \cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$

Тема: «Физический смысл производной»

Представим себе, что мы едем на автомобиле по прямолинейному шоссе, при этом спидометр все время показывает одно и то же - 100 км/ч. Если мы ехали так в течение двух часов, то мы проехали 200км. Такие задачи даются и решаются в начальной школе. Скорость постоянна, и можно пользоваться формулой **S=vt**. Кроме того, если дан путь пройденный автомобилем, и время за которое он этот путь проехал, то можно найти среднюю скорость автомобиля на этом пути все по той же формуле: **S=vt** $\rightarrow$ **v=S/t**.

Отметим, что спидометр показывает разные скорости. В начале и в конце движения скорость меньше, большая скорость на прямолинейных участках, где автомобилю ничего не мешает.

Что же такое мгновенная скорость? Мы должны узнать скорость в данный момент, то есть на очень маленьком промежутке пути. Здесь используем понятие производной.

Пусть тело движется прямолинейно и пройденный им путь есть функция от времени: **S=f(t)**.
Тогда **мгновенной скоростью v(t)** или просто **скоростью в момент времени t** назовем производную от пути **S(t)** по времени **t**: где s(м) – путь, v(м/с) - скорость, a (м/с^2) – ускорение, t (с) – время.

То есть: **v(t) = s$^/$(t) , a (t) = V$^/$ (t)**

Пример 1 Пусть прямолинейное движение точки для положительных значений t происходит по закону $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 72t + 34$.

Определить момент, при котором скорость движения точки равна 0.

Находим скорость точки $v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 72$.

Приравнивая ее нулю, получаем квадратное уравнение: $6t^2 - 6t + 72 = 0 \rightarrow t^2 - t + 12 = 0$. Его корни $t_1 = -3; t_2 = 4$. Поскольку t по условию положительно, то оставляем положительный корень: $t = 4$.

Ответ: 4с.

Задания:

267.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. а) Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени t. б) Найдите скорость в момент $t = 2$ с. (Перемещение измеряется в метрах.) в) Через сколько секунд после начала движения точка остановится?

268.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Из физики : второй закон Ньютона F = m a, $E_{кин.}$ = m v^2/2.

274.— Найдите силу F, действующую на материальную точку с массой m, движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$.

275.— Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t — в секундах. Найдите: а) действующую силу; б) кинетическую энергию E тела через 2 с после начала движения.

Правила

1. $(f'(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.
2. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
3. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ - Производная произведения.
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

<u>Формулы дифференцирования</u>

1. C′ = 0
2. (x) ′ = 1
3. (x^2) ′ = 2x
4. (x^3) ′ = $3x^2$

11. $(\sin x)' = \cos x$
12. $(\cos x)' = -\sin x$
13. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

5. $(x^p)' = p\,x^{p-1}$

6. $(e^x)' = e^x$

7. $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

8. $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$

9. $(kx+b)' = k$

10. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

14. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

15. $(a^x)' = a^x \cdot \ln x$

16. $(\log x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$

17. $f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

18. $f'(kx+b) = k \cdot f'(kx+b)$